数学科 (数学Ⅱ) 学習指導案

指導教諭　氏名 青木隆治 先生
氏名 森沢嘉純 先生
教育実習生　氏名 石川直太

1　日時・場所

平成8年6月26日　第2限　5年B組(112)教室
第5限　5年F組(215)教室
第6限　5年C組(113)教室

2　学級

5年B組　男子20名　女子20名　合計40名
5年F組　男子21名　女子19名　合計40名
5年C組　男子22名　女子18名　合計40名

3　学級・所見

どのクラスも真面目で、ほとんどの生徒が授業に集中している。特に、5年C組は、勘がいい生徒が多いようで、教師の発問に応じて、活発な質疑応答を期待できる。

4　使用教科書

- 株式会社三省堂 数学Ⅱ
- 数研出版株式会社 新制 スタンダード数学Ⅱ (問題集)

5　単元

第1章 図形と方程式

6　小単元

第4節 円と直線(2)

7　単元目標

1. 点と座標
2. 直線の方程式
3. 円と直線 (1)
4. 円と直線 (2)
5. 軌跡
6. 不等式と領域

8　指導計画

第 1 章 図形と方程式 27 時間

1. **点と座標** .... 3 **時間**
2. **直線の方程式** .... 3 **時間**
3. **円と直線** (1) .... 3 **時間**
4. **円と直線** (2) .... 3 **時間**

本時は、第 4 節 (円と直線 (2)) 3 時間中の第 3 回 (応用問題) である。

9　本時の目標

直線の方程式、円の方程式の総復習と、次回以降の軌跡についての予習を兼ねて、パラメーターを含む円の方程式とその応用問題を理解する。

また、昨年度はこの小単元の理解が悪かったので、コンピューターを使って作成した図を配布し、具体的な例についての理解を深めるとともに、図を見て法則を発見することを試みる。

10　本時の学習展開

過程	内容・学習活動	指導上の留意点
導入 10分	パラメーターを含む方程式が表わす図形について考える。 例：$y = x + k$　傾きが1の直線の集合 (例の図を板書する。) 今日は、パラメーターを含む2次式を考える。	
展開1 15分	$x^2 + y^2 - x + 8y - 1 + k(x^2 + y^2 + 6x - 3y + 5) = 0$ (式1) $(k+1)x^2+(k+1)y^2+(6k-1)x+(-3k+8)y+(5k-1) = 0$ 発問：この方程式は、どのような図形を表わすか？ 実際に描いて考えてみよう。(資料配布) 資料を説明する。 kを少しずつ変えて得られた図形には、どのような共通の性質があるか？ 先程の板書に挿入して説明： $$\underbrace{x^2 + y^2 - x + 8y - 1}_{\text{この部分が}0} + k\underbrace{(x^2 + y^2 + 6x - 3y + 5)}_{\text{この部分が}0}$$ ならば、kがどのような値でも、全体が0になる。 発問：2個の方程式の両方が0になるということは、図形として考えるとどういうことか？ 説明：(資料に沿って) 方程式(1) は2円の交点を通る。	説明挿入用の間を空けて、板書し、ノートさせる。 円であることに気付かなければ、少しずつ式を変形する。 $k = -1$の場合に気付くか。 もとの2円の交点を通ることに気付くか。

過程	内容・学習活動	指導上の留意点
展開 2 10 **分**	**発問：問題集** 13 **ページ** 54 (2) 2 **円** $x^2+y^2-x+8y-1=0$**、**$x^2+y^2+6x-3y+5=0$ **の** 2 **つの交点を通り、更に原点** $(0,0)$ **を通る円の方程式を求めよ。** **ヒント：方程式** (1) **が原点を通るような、**k**の値を求めればよい。** **解答：** $-1+5k=0$ $k=\dfrac{1}{5}$ $\dfrac{6}{5}x^2+\dfrac{6}{5}y^2+\dfrac{1}{5}x+\dfrac{37}{5}y=0$ $x^2+y^2+\dfrac{1}{6}x+\dfrac{37}{6}y=0$ $\left(x+\dfrac{1}{12}\right)^2+\left(y+\dfrac{37}{12}\right)^2=\dfrac{685}{72}$ **補足説明：この解答は、力ずくで** 3 **点を通る円の方程式を求める方法よりも簡単である。このように、力ずくでなく美しい解答を、「エレガントな解答」という。**	**生徒に聞いて、確かめながら板書する。** **ここまでで質問がないか確かめる。**

過程	内容・学習活動	指導上の留意点
展開 3 10分	発問：図を見て、各円に共通の性質に気付かないか？ ヒント：3個の円をコンパスで板書し、中心を示す。 説明：各円の中心が、直線 $11x+7y+\frac{45}{2}=0$ の上にある。この直線は、もとの2円の中心 $(\frac{1}{2},-4)$、$(-3,\frac{3}{2})$ を通る。資料に書いた式を参考にして、あとで確かめなさい。 発問：なぜこうなるか、幾何学的に考えてみよう。円とは何か、式でなく言葉で説明しなさい。 説明：円とは、中心から等距離にある点の集合である。逆に考えると、円の中心は、円周上のどの点からも等距離にある。(コンパスで板書しながら説明) ゆえに、どの円の中心も、もとの2個の円の共通弦の垂直2等分線の上にある。 発問： • $k=0$ のとき、どうなるか？ • k を0に近づけると、どうなるか？ • k を無限大に、あるいは負の無限大にするとどうなるか？ 演説：方眼紙とコンパス、あるいはコンピューターを使って、正確な図を描いてみると、新しい法則に気付くことがあります。この講義の準備をしながら、全部の円の中心が同一直線上にあるらしいと気付いて、青木先生と2人で、わくわくしながら、その証明を考えました。与えられた問題を解くだけでなく、新しい法則を発見すると、数学や理科の勉強がもっ楽しくなります。こういうことを面白いと思う方は、数理科学科や物理学科に進学して、新しい法則を発見してください。	残り時間で、図示した図形の性質を考察する。
まとめ 5分	2個の方程式 $f(x,y)=0$ と $g(x,y)=0$ で表わされる2本の線 (直線でも曲線でもよい) がある場合に、k を任意の実数とすると、方程式 $f(x,y)+kg(x,y)=0$ で表わされる線は、もとの2本の線の交点を通る。 期末試験までに、問題集56番を自習する。	